

# Sprawozdanie z projektu 2, MOM

Krzysztof Rudnicki, 307585

11 grudnia 2023

## 1 Parametry

z - stan początkowy

S - zakupione surowce ( $S = \{S1, S2\}$ )

G1 - surowiec S1 załadowany do wagonów

P - surowce w przygotowalni ( $P = \{P1, P2\}$ )

O2 - surowiec S2 w zakładzie obróbki cieplnej

D - półprodukty ( $D = \{D1, D2\}$ )

W - wyroby ( $W = \{W1, W2\}$ )

N - stany surowców/półproduktów/wyrobów (zakupione surowce, surowce w przechowalni, surowce w zakładzie obróbki cieplnej, półprodukty, wyroby)

$r_w$  - cena sprzedaży wyrobu  $w[\frac{1}{t}]$

$u_{ij}$  - przepustowość przepływu ze stanu i do stanu j[t]

$m_{pd}$  - mnożnik definiujący przepływ ze stanu 'surowiec w przygotowalni p' do stanu 'półprodukt d'

## 2 Zmienne decyzyjne

$f_{ij}$  = przepływ pomiędzy stanem i a stanem j [t]

## 3 Zmienne pomocnicze

$a_1$  - liczba zakupionego surowca S1 powyżej 2387 ton [t]

$a_2$  - liczba zakupionego surowca S1 powyżej 6659 ton [t]

$b_1$  - liczba zakupionego surowca S2 powyżej 2090 ton [t]  
 $b_2$  - liczba zakupionego surowca S2 powyżej 4349 ton [t]  
 $c_{P1}$  - liczba wagonów transportujących surowiec S1 do przygotowalni  
 $e_{P2}$  - liczba ciężarówek transportujących surowiec S2 do przygotowalni  
 $e_{O2}$  - liczba ciężarówek transportujących surowiec S2 do zakładu obróbki cieplnej  
 $g_1$  - zmienna binarna przyjmująca wartość 1 gdy przepływ ze stanu "zakupiony surowiec S2"(S2) do stanu "surowiec S2 w zakładzie obróbki cieplnej"(O2) jest większy niż 2000 ton i mniejszy niż 4000 ton  
 $g_2$  - zmienna binarna przyjmująca wartość 1 gdy przepływ ze stanu "zakupiony surowiec S2"(S2) do stanu "surowiec S2 w zakładzie obróbki cieplnej"(O2) jest większy niż 4000 ton i mniejszy niż 6000 ton  
 $l$  - liczba pracowników zatrudnionych w przygotowalni

## 4 Funkcja celu

$$\begin{aligned}
 Q &= \max[Zysk - Koszt] \\
 &= \max\left[\sum_{i \in N, w \in W} r_w + f_{iw} \right. \\
 &\quad - (19f_{zS1} - 5a_1 - 4a_2 + 11f_{zS2} + 2b_1 + 2b_2 \\
 &\quad \left. + 1290c_{P1} + 1500e_{P2} + 1500e_{O2} + 160l + 10000g_1 + 40000g_2)\right]
 \end{aligned}$$

## 5 Ograniczenia

### 5.1 Ogólne

Przepływ musi być nieujemny oraz mniejszy przepustowości

$$0 \leq f_{ij} \leq u_{ij}, \quad (i, j) \in N \quad (1)$$

Wszystko co przyplęło do stanu k musi stamtąd "odpłynąć"

$$\sum_{i \in N \setminus \{z\}} f_{ki} = \sum_{i \in N \setminus \{W\}} f_{jk}, \quad k \in N \setminus \{z, W\} \quad (2)$$

## 5.2 Dostępne surowce

Nie możemy kupić więcej surowca S1 niż jest dostępne

$$f_{zS1} \leq 12000 \quad (3)$$

Nie możemy kupić więcej surowca S2 niż jest dostępne

$$f_{zS2} \leq 8000 \quad (4)$$

## 5.3 Koszt zakupu surowców

Nie możemy kupić mniej niż 0 surowców

$$a_1 \geq 0 \quad (5)$$

$$a_2 \geq 0 \quad (6)$$

$$b_1 \geq 0 \quad (7)$$

$$b_2 \geq 0 \quad (8)$$

Ograniczamy ile ton ponad dany limit kupiliśmy

$$a_1 \leq f_{zS1} - 2387 \quad (9)$$

liczba powyżej 2056 ton

$$a_2 \leq f_{zS1} - 6659 \quad (10)$$

liczba powyżej 2056 ton

$$b_1 \leq f_{zS2} - 2090 \quad (11)$$

liczba powyżej 2056 ton

$$b_2 \leq f_{zS2} - 4349 \quad (12)$$

## 5.4 Transport surowca S1 do przygotowalni

wagon może przetransportować maks. 18 ton surowca S1

$$b_{P1} \geq \lceil \frac{f_{S1,G1}}{18} \rceil \quad (13)$$

### 5.5 Transport surowca S2 do przygotowalni

ciężarówka może przetransportować maks. 25 ton surowca S2

$$c_{P2} \geq \lceil \frac{f_{S2,P2}}{25} \rceil \quad (14)$$

### 5.6 Praca przygotowalni

Przygotownia nie może mieć więcej surowców niż przepustowości

$$\sum_{i \in N, p \in P} f_{ip} \leq 16000 \quad (15)$$

ilość półproduktów w zależności od surowca

$$(\sum_{i \in N} f_{ip})m_{pd} = f_{pd}, \quad i \in N, p \in P, d \in D \quad (16)$$

### 5.7 Koszt pracy przygotowalni

3 pracowników może obsługiwać maksymalnie 150 ton całkowitej ilości przetwarzanych surowców

$$l \geq \lceil \frac{\sum_{i \in N, p \in P} f_{ip}}{150} \rceil \quad (17)$$

### 5.8 Transport S2 do zakładu obróbki cieplnej

ciężarówka może przetransportować maks. 25 ton surowca S2

$$c_{O2} \geq \lceil \frac{f_{S2,O2}}{25} \rceil \quad (18)$$

### 5.9 Praca zakładu obróbki cieplnej

ilość surowca S2 w zakładzie obróbki cieplnej nie może być większa od 6000

$$f_{S2,O2} \leq 6000 \quad (19)$$

### 5.10 Minimalna dostarczona ilość wyrobów

Zgodnie z umową musimy dostarczyć przynajmniej 5000 ton wyrobów

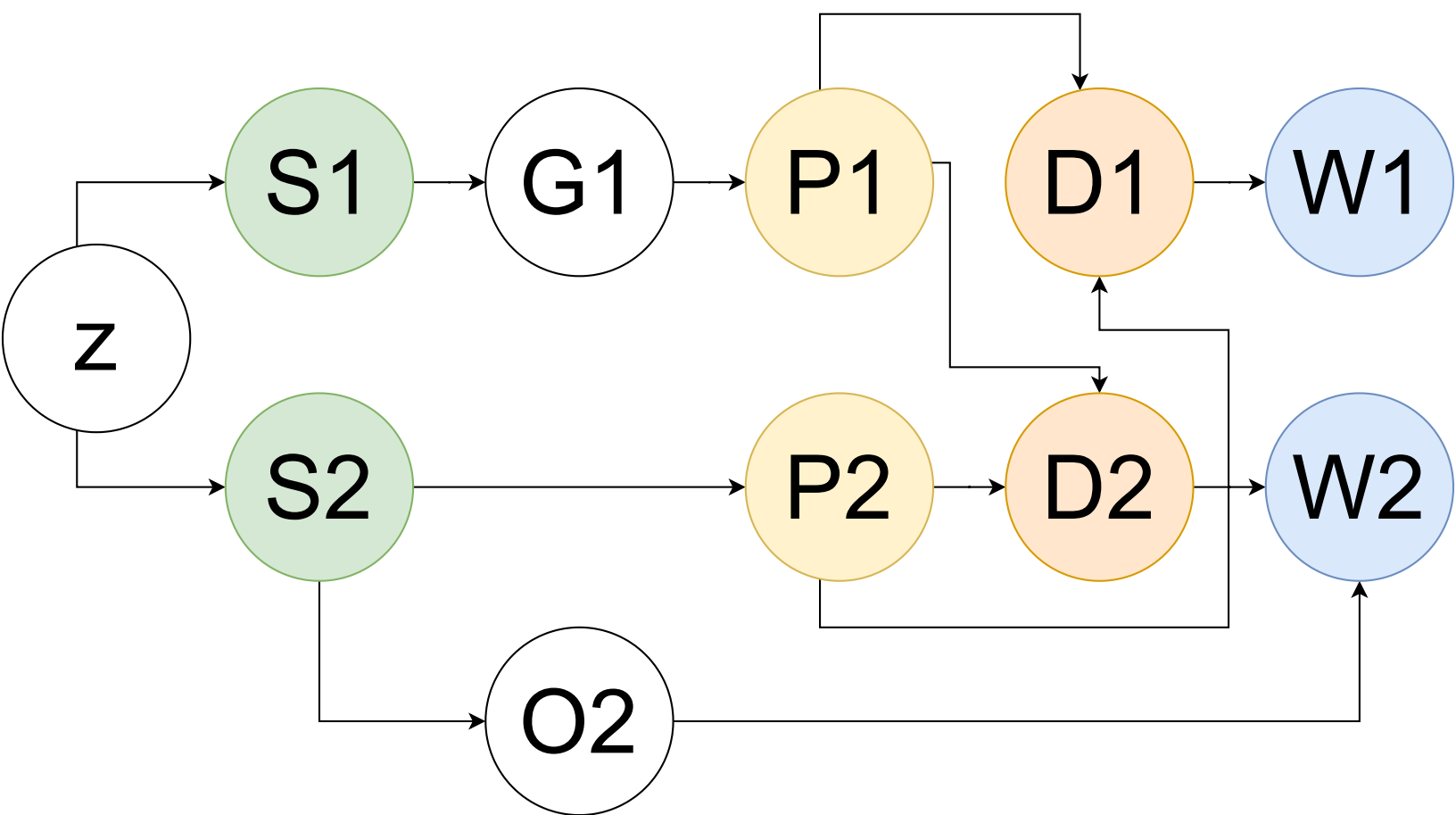
$$\sum_{i \in N} f_{iw} \geq 5000, \quad w \in W \quad (20)$$

### 5.11 Maksymalna liczba wagonow

Na jedna lokomotywę, nie może przypadać więcej niż 12 wagonów

$$12wl \geq c_{P1} \tag{21}$$

## 6 Model sieciowy



## 7 Implementacja modelu

Listing 1: plik mod

```
# PARAMETRY
# Stan poczatkowy
set Z;
# Zakupione surowce, s1 i s2
set S; set S1; set S2;
# Surowiec S1 zaladowany do wagonow
set G1;
# Surowce w przygotowywalni
set P; set P1; set P2;
# Surowiec S2 w zakladzie obrobki cieplnej
set O2;
# Polprodukty
set D; set D1; set D2;
# Wyroby
set W; set W1; set W2;
# Stany surowcow, zakupione, wyroby, obrobka cieplna
set N; set Nz; set Nw; set Nzw;

# Cena sprzedazy wyrobu
param r{w in W};
# Przepustowosc przeplywu z jednego stanu do drugiego
param u{i in N, j in N};
# Mnoznik definiujacy przepwy ze stanu surowiec
# w przygotowalni do stanu polprodukt
param m{p in P, d in D};

# ZMIENNE DECYZYJNE
# przeplyw pomiedzy stanem i a stanem j
var f{i in N, j in N}, >= 0, integer; # Ograniczenie 1

# Zmienne pomocnicze
# liczba zakupionego surowca S1 powyzej 2387 ton
var a1, >= 0, integer; # Ograniczenie 5
# liczba zakupionego surowca S1 powyzej 6659 ton
```

```

var a2, >= 0, integer; # Ograniczenie 6
# liczba zakupionego surowca S2 powyzej 2090 ton
var b1, >= 0, integer; # Ograniczenie 7
# liczba zakupionego surowca S2 powyzej 4349 ton
var b2, >= 0, integer; # Ograniczenie 8
# liczba wynajetych lokomotyw
var wl, >= 0, integer;
# liczba wagonow transportujacych surowiec S1 do przygotowni
var cp1, >= 0, integer;
# liczba ciezarowek transportujacych surowiec S2 do przygotowni
var ep2, >= 0, integer;
# liczba ciezarowek transportujacych surowiec S2
# do zakladu obrobki cieplnej
var eo2, >= 0, integer;
var e1, >= 0, <=1, integer;
var e2, >= 0, <=1, integer;
# Liczba pracownikow
var l, >= 0, integer;

maximize Q: (sum {i in N, w in W} r[w] * f[i,w])
- (19* (sum {z in Z, s1 in S1} f[z, s1] )
- 5*a1
- 4*a2
+ 11* sum {z in Z, s2 in S2} (f[z, s2])
+ 2*b1
+ 2*b2
+ 1290*cp1
+ 1500*ep2
+ 1500*eo2
+ 160*l
+ 10000*e1
+ 40000*e2);

# OGRANICZENIA
subject to
# Ogolne i Dostepne surowce
Ogr_1_3_4{i in N, j in N}:
    f[i,j] <= u[i,j];

```



```

Ogr_2{k in Nzw}:
    sum {i in Nz} f[k,i] = sum {j in Nw} f[j,k];
# Koszt zakupu surowcow
Ogr_9{z in Z, s1 in S1}:
    a1 <= f[z,s1] - 2387;
Ogr_10{z in Z, s1 in S1}:
    a2 <= f[z,s1] - 6659;
Ogr_11{z in Z, s2 in S2}:
    b1 >= f[z,s2] - 2090;
Ogr_12{z in Z, s2 in S2}:
    b2 >= f[z,s2] - 4349;
# Transport surowca S1
Ogr_13{s1 in S1, g1 in G1}:
    cp1 >= f[s1,g1] / 18;
# Transport surowca S2
Ogr_14{s2 in S2, p2 in P2}:
    ep2 >= f[s2,p2] / 25;
# Praca przygotowalni
Ogr_15:
    sum {i in N, p in P} f[i,p] <= 16000;
Ogr_16{p in P, d in D}:
    (sum {i in N} f[i,p]) * m[p,d] = f[p,d];
# Koszt pracy przygotowalni
Ogr_17:
    l >= (sum {i in N, p in P} f[i,p])/150;
# Transprot S2 do obrobki cieplnej
Ogr_18{s2 in S2, o2 in O2}:
    eo2 >= f[s2,o2] / 25;
# Praca zakladu obrobki cieplnej
Ogr_19{s2 in S2, o2 in O2}:
    f[s2,o2] <= 6000;
# Minimalna dostarczona ilosc wyrobow
Ogr_20{w in W}:
    sum {i in N} f[i,w] >= 5000;
# Na jedna lokomotywe przypada co najwyzej 12 wagonow
Ogr_21:
    12 * wl >= cp1;

```

```

solve;
display {i in N, j in N: f[i,j] > 0}: f[i,j];
display: a1; display: a2; display: b1; display: b2; display: w1;
display: cp1; display: ep2; display: eo2; display:
e1; display: l;

```

Listing 2: plik dat

```

data;
set Z := z;
set S := s1, s2;
set S1 := s1;
set S2 := s2;
set G1 := g1;
set P := p1, p2;
set P2 := p2;
set O2 := o2;
set D := d1, d2;
set W := w1, w2;
set N := z, s1, s2, g1, p1, p2, o2, d1, d2, w1, w2;
set Nz := s1, s2, g1, p1, p2, o2, d1, d2, w1, w2;
set Nw := z, s1, s2, g1, p1, p2, o2, d1, d2;
set Nzw := s1, s2, g1, p1, p2, o2, d1, d2;
param r := w1 467 w2 480;
param u :=
z  z      0  z s1  12000  z s2  8000  z g1      0  z p1
0
z p2      0  z o2      0  z d1      0  z d2      0  z w1
0  z w2      0
s1  z      0 s1 s1      0 s1 s2      0 s1 g1 99999 s1 p1
0
s1 p2      0 s1 o2      0 s1 d1      0 s1 d2      0 s1 w1
0 s1 w2      0
s2  z      0 s2 s1      0 s2 s2      0 s2 g1      0 s2 p1
0
s2 p2 99999 s2 o2 99999 s2 d1      0 s2 d2      0 s2 w1
0 s2 w2      0
g1  z      0 g1 s1      0 g1 s2      0 g1 g1      0 g1 p1 99999
g1 p2      0 g1 o2      0 g1 d1      0 g1 d2      0 g1 w1

```

```

0 g1 w2      0
p1  z      0 p1 s1      0 p1 s2      0 p1 g1      0 p1 p1
0
p1 p2      0 p1 o2      0 p1 d1 99999 p1 d2 99999 p1 w1
0 p1 w2      0
p2  z      0 p2 s1      0 p2 s2      0 p2 g1      0 p2 p1
0
p2 p2      0 p2 o2      0 p2 d1 99999 p2 d2 99999 p2 w1
0 p2 w2      0
o2  z      0 o2 s1      0 o2 s2      0 o2 g1      0 o2 p1
0
o2 p2      0 o2 o2      0 o2 d1      0 o2 d2      0 o2 w1
0 o2 w2 99999
d1  z      0 d1 s1      0 d1 s2      0 d1 g1      0 d1 p1
0
d1 p2      0 d1 o2      0 d1 d1      0 d1 d2      0 d1 w1 99999 d1 w2
0
d2  z      0 d2 s1      0 d2 s2      0 d2 g1      0 d2 p1
0
d2 p2      0 d2 o2      0 d2 d1      0 d2 d2      0 d2 w1
0 d2 w2 99999
w1  z      0 w1 s1      0 w1 s2      0 w1 g1      0 w1 p1
0
w1 p2      0 w1 o2      0 w1 d1      0 w1 d2      0 w1 w1
0 w1 w2      0
w2  z      0 w2 s1      0 w2 s2      0 w2 g1      0 w2 p1
0
w2 p2      0 w2 o2      0 w2 d1      0 w2 d2      0 w2 w1
0 w2 w2      0;
param m := p1 d1 0.1 p1 d2 0.9 p2 d1 0.1 p2 d2 0.9;
end;

```

## 8 Wyniki

Model z takimi ograniczeniami **nie znajduje** rozwiązania  
Problemem jest tu ograniczenie mówiące o tym że należy dostarczyć co naj-  
mniej **5000** ton **każdego** produktu

To ograniczenie jest niewykonywalne gdyż nawet zakładając dostarczenie maksymalnej liczby ton surowców ( $12000 + 8000 = 20000$ ) ton, i ignorując ograniczenie przepustowości przygotowalni 16000 ton, nie jesteśmy w stanie wytworzyć wystarczająco półproduktu D1 aby wytworzyć wystarczająco wyrobu W1

gdybyśmy całość dostępnych surowców (znowu, ignorując przepustowość przygotowalni), zużyli na wytwarzanie tylko i wyłącznie półproduktu D1 z którego potem uzyskujemy wyrób W1, otrzymalibyśmy:

$$(12000 + 8000) * 0.1 = 20000 * 0.1 = 2000$$

maksymalna liczba ton wyrobu W1 którą możemy uzyskać, ignorując przepustowość przygotowalni oraz wymagania dotyczące W2 wynosi 2000 ton, czyli mniej niż 5000 wymaganych ton

W związku z tym wyniki przedstawione niżej dotyczą przypadku w którym **ignorujemy** ograniczenie związane z minimalną liczbą ton każdego produktu który musimy dostarczyć (ograniczenie 20)

Rysunek 1:

	z	S1	S2	G1	P1	P2	O2	D1	D2	W1	W2
z	0	12000	8000	0	0	0	0	0	0	0	0
S1	0	0	0	12000	0	0	0	0	0	0	0
S2	0	0	0	0	0	2000	6000	0	0	0	0
G1	0	0	0	0	12000	0	0	0	0	0	0
P1	0	0	0	0	0	0	0	1200	10800	0	0
P2	0	0	0	0	0	0	0	200	1800	0	0
O2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	6000
D1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1400	0
D2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	12600
W1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
W2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

$$a_1 = 9613$$

$$a_2 = 5341$$

$$b_1 = 5910$$

$$b_2 = 3651$$

$$w_1 = 56$$

$$c_{P1} = 667$$

$$e_{P2} = 80$$

$$e_{O2} = 240$$

$$e_1 = 0$$

$$e_2 = 0$$

$$l = 94$$

Ponownie, wyniki powyżej są prawdziwe wyłącznie dla przypadku w którym **ignorujemy ograniczenie numer 20**